

STATISTIKA MATEMATIKA



STATISTIKA MATEMATIKA

Prof. Subanar, Ph.D

STATISTIKA MATEMATIKA

Penulis: Prof. Subanar, Ph.D

Edisi Pertama

Cetakan Pertama, 2013

Hak Cipta © 2013 pada penulis,
Hak Cipta dilindungi undang-undang. Dilarang memperbanyak atau memindahkan sebagian atau seluruh isi buku ini dalam bentuk apa pun, secara elektronik maupun mekanis, termasuk memfotokopi, merekam, atau dengan teknik perekaman lainnya, tanpa izin tertulis dari penerbit.



GRAHA ILMU

Ruko Jambusari No. 7A

Yogyakarta 55283

Telp. : 0274-889836; 0274-889398

Fax. : 0274-889057

E-mail : info@grahailmu.co.id

Subanar, Prof., Ph.D

STATISTIKA MATEMATIKA/Prof. Subanar, Ph.D

-Edisi Pertama - Yogyakarta; Graha Ilmu, 2013

viii + 134 hlm, 1 Jil.: 26 cm.

ISBN: 978-979-756-923-5

1. Statistika 2. Matematika

I. Judul

KATA PENGANTAR

Puji syukur penulis panjatkan kepada Allah SWT karena atas ridho-Nya buku Statistika Matematika ini dapat disusun dan diterbitkan sesuai dengan rencana. Buku ini dirancang untuk mahasiswa FMIPA atau FPMIPA yang mengambil mata kuliah Statistika Matematika pada tahun ke-3 atau mahasiswa Pascasarjana Matematika untuk beberapa materi khusus.

Buku ini berisi inferensi statistika yang merupakan jantung pengembangan statistika. Pembahasan inferensi dijabarkan dalam bab-bab yang berisi tentang statistik dan distribusi sampling, statistik cukup, estimasi titik, metode evaluasi estimator, teori sampel besar, uji hipotesa dan estimasi interval. Setiap bab selalu diawali dengan konsep dasar dan contoh-contoh soal yang disertai dengan pembahasan sehingga mempermudah mahasiswa dalam memahami setiap materi.

Bahan utama penyusunan buku ini adalah *Statistical Inference* karangan Casella dan Berger dan *Introduction to Mathematical Statistics* karangan Hogg, Mc. Kean dan Craig ditambah delapan referensi yang tertulis dalam daftar pustaka. Kesepuluh bahan tersebut diramu sesuai dengan pengalaman penulis mengampu mata kuliah Statistika Matematika baik pada program S1 maupun S2 di FMIPA UGM sejak tahun 1990 sampai sekarang. Walaupun teorema-teorema yang tertulis dalam buku ini sudah menjadi milik komunitas para statistikawan, namun dalam hal-hal yang sangat spesifik sumber acuan tetap ditulis untuk memudahkan pencarian acuan utama.

Pada kesempatan ini, penulis mengucapkan terima kasih kepada Jurusan Matematika FMIPA UGM dan Majelis Guru Besar (MGB) UGM atas dukungan dan kerjasamanya sehingga penyusunan buku ini dapat selesai dengan baik. Ucapan terima kasih juga penulis berikan kepada Prof. Dr. Ir. SM. Widyastuti, M.Sc. ketua Majelis Guru Besar (MGB) Universitas Gadjah Mada atas bantuannya sehingga buku ini mendapat dukungan dari Majelis Guru Besar (MGB) UGM.

Akhir kata, penulis menyadari bahwa masih banyak kekurangan dalam buku ini, sehingga perbaikan-perbaikan sangat dibutuhkan. Oleh karena itu, sangat diharapkan adanya kritik dan saran yang sifatnya membangun.

Yogyakarta, April 2012

Prof. Subanar, Ph.D.

DAFTAR ISI

KATA PENGANTAR	v
DAFTAR ISI	vii
PENDAHULUAN	1
BAB 1 STATISTIK DAN DISTRIBUSI SAMPLING	3
1.1 Statistik	3
1.2 Distribusi Sampling	5
1.3 Distribusi t dan F	10
1.4 Latihan	13
BAB 2 STATISTIK CUKUP	15
2.1 Asas Reduksi Data	15
2.2 Keluarga Eksponensial	21
2.3 Statistik Cukup Minimal	23
2.4 Statistik Penyokong (<i>Ancillary</i>) , Cukup, dan Lengkap (<i>Complete</i>)	24
2.5 Latihan	28
BAB 3 ESTIMASI TITIK	29
3.1 Estimasi Titik	29
3.2 Metode Momen	29
3.3 Metode Maksimum Likelihood	31
3.4 Estimator Bayes	36
3.5 Latihan	47
BAB 4 METODE EVALUASI ESTIMATOR	49
4.1 Ukuran Kebaikan Estimator	49
4.2 Estimator Takbias Terbaik	51
4.3 Kecukupan dan Ketakbiasan (<i>Sufficiency and Unbiasedness</i>)	58
4.4 Latihan	62

BAB 5	TEORI SAMPEL BESAR	65
	5.1 Konsistensi	65
	5.2 Sifat-sifat Asimtotis Metode Maksimum Likelihood	67
	5.3 Latihan	70
BAB 6	UJI HIPOTESA	71
	6.1 Hipotesa Statistik	71
	6.2 Metode Evaluasi Uji Hipotesa	72
	6.3 Uji Hipotesa Dua Sisi	78
	6.4 Uji Kesamaan Dua Distribusi Normal Independen	79
	6.5 Uji Rasio Likelihood	82
	6.6 Uji Paling Kuasa (<i>Most Powerful Tests</i>)	86
	6.7 Uji Rasio Likelihood (Lanjutan)	91
	6.8 Uji Hipotesa Bayes	95
	6.9 Latihan	96
BAB 7	ESTIMASI INTERVAL	101
	7.1 Pengertian Estimasi Interval	101
	7.2 Interval Konfidensi untuk Mean	102
	7.3 Interval Konfidensi untuk Proporsi	106
	7.4 Interval Konfidensi untuk Variansi	107
	7.5 Interval Konfidensi Perbedaan Dua Mean	109
	7.6 Metode Inversi Uji Statistik	112
	7.7 Besaran Pivot/Kunci (<i>Pivotal Quantities</i>)	116
	7.8 Metode Evaluasi Estimator Interval	119
	7.9 Estimasi Interval Bayes	121
	7.10 Latihan	123
	DAFTAR PUSTAKA	127
	DAFTAR INDEKS	129
	TENTANG PENULIS	133

Pendahuluan

Statistika berhubungan dengan pengumpulan data beserta analisis dan interpretasinya. Dalam buku Statistika Matematika ini kita tidak membicarakan bagaimana mengumpulkan data melainkan kita sudah mempunyai data tetapi menyelidiki apa yang dikatakan data terhadap suatu permasalahan. Jawabannya tidak hanya tergantung pada data terobservasi, tetapi juga pada latar belakang permasalahan; pernyataan terakhir diformalkan dalam bentuk asumsi dimana analisa dilakukan. Kita akan membedakan tiga pendekatan utama.

1. Analisis Data

Dalam pendekatan ini, data dianalisa tanpa adanya asumsi-asumsi tambahan. Tujuan utamanya adalah untuk mengorganisasi dan meringkas data sehingga didapat sifat-sifat utamanya.

2. Inferensi

Berdasarkan pendekatan inferensi, data diasumsikan sebagai realisasi variabel random yang mempunyai densitas $f(x|\theta)$ dengan bentuk f diketahui tetapi mengandung parameter θ yang menjalani harga-harga pada suatu ruang parameter Ω . Tujuan analisa adalah menentukan nilai θ yang paling masuk akal (ini adalah persoalan estimasi titik) atau menentukan himpunan bagian dari Ω yang masuk akal untuk menyatakan bahwa daerah tersebut memuat θ atau tidak (uji hipotesa atau interval kepercayaan). Pernyataan terhadap θ seperti tersebut di atas dapat dipandang sebagai ringkasan informasi yang diberikan data dan dapat digunakan sebagai alat bantu pembuatan keputusan.

3. Analisis Bayesian

Menurut pendekatan Bayes, θ sendiri diandaikan sebagai variabel random dengan distribusi yang diketahui dan disebut distribusi prior. Distribusi prior ini akan dimodifikasi setelah adanya informasi sampel menjadi distribusi posterior. Keputusan tentang θ diambil berdasarkan informasi yang terkandung dalam distribusi posterior.

Buku Statistika Matematika ini lebih menekankan pada pendekatan 2 ditambah dengan beberapa hal dalam pendekatan 3. Pendekatan 1 bisa dilihat dalam buku *Exploratory Data Analysis*, karya Tukey.

