

# **PEMODELAN MATEMATIKA**

Aplikasi dan Terapannya





GRAHA ILMU

# **PEMODELAN MATEMATIKA**

Aplikasi dan Terapannya

Ripno Juli Iswanto

## **SPEMODELAN MATEMATIKA**

### **Aplikasi dan Terapannya**

Oleh : Ripno Juli Iswanto

Edisi Pertama

Cetakan Pertama, 2012

Hak Cipta © 2012 pada penulis,

Hak Cipta dilindungi undang-undang. Dilarang memperbanyak atau memindahkan sebagian atau seluruh isi buku ini dalam bentuk apa pun, secara elektronik maupun mekanis, termasuk memfotokopi, merekam, atau dengan teknik perekaman lainnya, tanpa izin tertulis dari penerbit.



## **GRAHA ILMU**

Ruko Jambusari No. 7A

Yogyakarta 55283

Telp. : 0274-889836; 0274-889398

Fax. : 0274-889057

E-mail : [info@grahailmu.co.id](mailto:info@grahailmu.co.id)

Iswanto, Ripno Juli

PEMODELAN MATEMATIKA; Aplikasi dan Terapannya/Ripno  
Juli Iswanto

- Edisi Pertama - Yogyakarta; Graha Ilmu, 2012  
xii + 296 hlm, 1 Jil. : 23 cm.

ISBN: 978-979-756-871-9

1. Matematika

I. Judul

*Teruntuk wanita yang aku cintai, buku ini  
adalah salah satu mas kawin dariku,*

*16 Desember 2011*





# KATA PENGANTAR

Assalamu'alaikum, wr. wb.

Puji syukur kehadiran Allah yang telah melimpahkan rahmat, hidayah serta inayah-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan buku ini. Penulisan buku ini dimaksudkan untuk membantu para mahasiswa khususnya pada Fakultas Teknik dan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam dalam mata kuliah Pemodelan Matematika. Sebagaimana kita tahu bahwa dalam pemodelan Matematika bukanlah suatu hal yang sangat muda. Banyak sekali langkah yang harus ditempuh dan dihitung guna merepresentasikan kejadian yang ada di alam ke dalam bentuk persamaan Matematika. Mulai dari penurunan model yang menggunakan persamaan diferensial, kemudian pencarian solusi atau penyelesaian dengan menggunakan analisis numerik, dan yang terakhir adalah analisis yang cukup membuat para mahasiswa pusing tujuh keliling, berakhir dengan kebenecian terhadap mata kuliah ini.

Di dalam literatur buku ini diberikan contoh yang mudah untuk dipahami para mahasiswa mulai dari bidang fisika, ekologi, epidemi, biologi sel, traffic flow sampai dengan pertumbuhan ekonomi, yang cukup untuk memberikan pondasi yang kuat bagi mahasiswa dalam mata kuliah Pemodelan Matematika. Terlebih lagi didalam setiap babnya diberikan mengenai penurunan model, simulasi hasil sampai dengan analisis kesetimbangan dan kestabilan sistem. Sehingga walaupun dalam platform Pemodelan Matematika, mahasiswa diasumsikan telah mempelajari

Persamaan Diferensial Biasa, Analisis Numerik dan Analisis Real, sehingga memudahkan dalam pembahasan masing-masing bab-nya.

Ucapan terima kasih kepada Professor Alfred Clark, Department Mechanical Engineering, University of Rochester dalam kebebasannya memberikan package Mathematica dalam simulasi dinamik. Semoga dengan buku ini dapat menunjang ilmu Pemodelan Matematika demi keberlangsungan umat manusia.

Sekian. Terima kasih.

Wassalamu'alaikum wr. wb.

RIPNO JULI ISWANTO



# DAFTAR ISI

HALAMAN PERSEMBAHAN	v
KATA PENGANTAR	vii
DAFTAR ISI	ix
<b>BAB I PENDAHULUAN</b>	<b>1</b>
Pengenalan Pemodelan	1
Contoh Pendahuluan dan Definisi	3
Skala Pemodelan dan Representasi	8
Pemodelan Aliran Lalu Lintas	11
Klasifikasi Model dan Masalah	12
Analisis Kritikal	14
<b>BAB II PEMODELAN MATEMATIKA</b>	<b>19</b>
Pendahuluan	19
Penurunan Model Matematika	20
Klasifikasi Model dan Masalah Matematika	24
Metode Stabilitas	39
<b>BAB III MODEL GETARAN LINIER TEREDAM</b>	<b>51</b>
Sistem getaran massa pegas	51
Friction (gaya redam atau hambatan)	55
Simulasi getaran linier teredam	57
<b>BAB IV PENDULUM</b>	<b>63</b>
Pendulum tidak linier dengan redaman	67
Simulasi penulum nonlinier	68

<b>BAB V</b>	<b>PERSAMAAN VAN DER POL</b>	<b>73</b>
	Persamaan van der Pol	74
	Keseimbangan dan stabilitas	75
<b>BAB VI</b>	<b>PERSAMAAN DUFFING</b>	<b>79</b>
	Pemodelan pegas kategori lemah (soft spring model)	84
	LORENZ ATTRACTOR	86
<b>BAB VII</b>	<b>KONSEP PEMODELAN EKOLOGI EPIDEMI DAN BIOLOGI SEL</b>	<b>89</b>
	EKOLOGI	89
	EPIDEMI	98
	BIOLOGI SEL	109
<b>BAB VIII</b>	<b>MODEL LOGISTIK</b>	<b>115</b>
	Kasus model B	125
	Kasus Model C	128
<b>BAB IX</b>	<b>MODEL MANGSA PEMANGSA (Lotka Volterra)</b>	<b>135</b>
	Pendahuluan	135
	Pemodelan sistem mangsa pemangsa	136
	Analisis Kestabilan	138
	Analisis Stabilitas Global	142
	Simulasi	144
<b>BAB X</b>	<b>MODEL EPIDEMI SIR</b>	<b>151</b>
	Model SIR (S-I-R)	151
	Kondisi Epidemii	153
	Kesetimbangan dan stabilitas	153
	Simulasi Epidemii Influenza	154
	Bidang fase SIR	157
	Prediksi keadaan akhir	158
	Prediksi puncak epidemii	159
	Waktu recovery dalam model SIR	160
	Pemodelan SIR menggunakan waktu penyembuhan seragam (Uniform Recovery Time)	161
	Simulasi perbandingan model SIR standar dengan model SIR modifikasi	162
	Model SIR dengan faktor dinamik (faktor demografi)	164
	Keseimbangan dan stabilitas	166
	Aproksimasi nilai $\lambda$	168
	Simulasi	168