

Landasan Matematika



GRAHA ILMU

Landasan Matematika

Frans Susilo

LANDASAN MATEMATIKA

Oleh : Frans Susilo

Edisi Pertama

Cetakan Pertama, 2012

Hak Cipta © 2012 pada penulis,
Hak Cipta dilindungi undang-undang. Dilarang memperbanyak atau memindahkan sebagian atau seluruh isi buku ini dalam bentuk apa pun, secara elektronik maupun mekanis, termasuk memfotokopi, merekam, atau dengan teknik perekaman lainnya, tanpa izin tertulis dari penerbit.



GRAHA ILMU

Ruko Jambusari No. 7A

Yogyakarta 55283

Telp. : 0274-889836; 0274-889398

Fax. : 0274-889057

E-mail : info@grahailmu.co.id

Susilo, Frans

LANDASAN MATEMATIKA/Frans Susilo

-Edisi Pertama - Yogyakarta; Graha Ilmu, 2012

viii + 144 hlm, 1 Jil. : 23 cm.

ISBN: 978-979-756-811-5

1. Matematika

I. Judul

KATA PENGANTAR

Banyak ahli Matematika mengatakan bahwa “*Mathematics is the queen as well as the servant of all sciences*” (Matematika adalah ratu sekaligus pelayan semua ilmu pengetahuan). Sebagai ratu, Matematika seolah-oleh bersinggasana di atas semua ilmu karena Matematika berkembang tanpa mendasarkan dirinya pada ilmu-ilmu lainnya. Sebagai pelayan, Matematika melayani ilmu-ilmu lainnya yang menggunakan Matematika dalam penelitian dan pengembangan dirinya. Ungkapan tersebut jelas menggambarkan bahwa ilmu Matematika menduduki posisi sentral dalam kancah dunia ilmu pengetahuan. Untuk dapat memasuki dan menguasai dunia ilmu pengetahuan, kita harus mengenal dan mempelajari Matematika, sekurang-kurangnya pada tingkat dasar dan menengah. Salah satu unsur esensial Matematika adalah bagian yang melandasi bangunan ilmu Matematika itu, yang dewasa ini disebut “Landasan Matematika”.

Buku ini membahas “Landasan Matematika” tersebut, khususnya unsur-unsur pokok yang termasuk di dalamnya, yaitu Logika Matematis, Himpunan, Relasi, dan Fungsi. Pendekatan yang dipakai dalam buku ini bukanlah pendekatan secara formal aksiomatis, melainkan pendekatan secara informal matematis, yaitu melalui penyajian definisi konsep-

konsepnya dan kemudian pembuktian teorema-teoremanya yang penting. Setelah Pendahuluan pada Bab I, Logika Matematis akan dibahas dalam Bab II, dan kemudian Himpunan, Relasi, dan Fungsi berturut-turut akan dibahas dalam Bab III, IV, dan V. Pembaca yang berminat untuk mendalami materi yang dibahas dalam buku ini dapat melaksanakannya dengan mengerjakan latihan-latihan yang disajikan pada akhir setiap Bab dan mempelajari lebih lanjut literatur yang disajikan pada bagian akhir buku ini.

Penulis mengucapkan banyak terima kasih kepada semua pihak yang telah membantu dan memberikan dukungan selama proses penulisan buku ini, dan kepada Penerbit Graha Ilmu yang telah bersedia menerbitkan buku ini. Kritik dan saran untuk penyempurnaan buku ini kami terima dengan tangan terbuka dan dengan ucapan terima kasih.

Yogyakarta, September 2011

Penulis

DAFTAR ISI

KATA PENGANTAR	v
DAFTAR ISI	vii
BAB 1 PENDAHULUAN	1
BAB 2 LOGIKA MATEMATIS	11
2.1 Pendahuluan	11
2.2 Logika Proposisi	12
2.3 Bentuk Proposisi	25
2.4 Logika Predikat	32
2.5 Penalaran Deduktif	39
2.6 Metode Pembuktian	46
2.7 Latihan	60
BAB 3 HIMPUNAN	65
3.1 Pendahuluan	65
3.2 Himpunan	66
3.3 Operasi Himpunan	72
3.4 Beberapa Sifat Dasar Operasi Himpunan	76
3.5 Himpunan Takhingga	79
3.6 Bilangan Kardinal	84
3.7 Latihan	86

BAB 4 RELASI	89
4.1 Pendahuluan	89
4.2 Relasi	90
4.3 Relasi-relasi Khusus	96
4.4 Relasi Ekivalensi dan Partisi	99
4.5 Himpunan Terurut Parsial	104
4.6 Latihan	107
BAB 5 FUNGSI	111
5.1 Pendahuluan	111
5.2 Fungsi	111
5.3 Fungsi-fungsi Khusus	115
5.4 Fungsi Invers	120
5.5 Komposisi Fungsi	123
5.6 Beberapa Fungsi dalam Matematika	128
5.7 Latihan	133
DAFTAR PUSTAKA	137
DAFTAR INDEKS	139

B A B 1

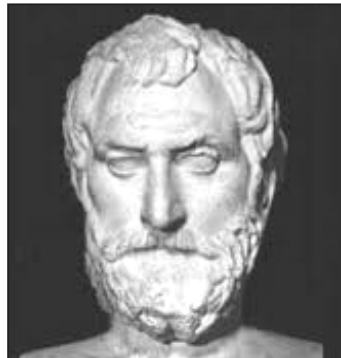
PENDAHULUAN

Apabila ilmu Matematika diumpamakan sebagai suatu bangunan (yang dibangun oleh manusia lintas generasi selama berabad-abad), maka bangunan itu sekurang-kurangnya terdiri atas dua bagian pokok, yaitu bangunannya sendiri dan fondasi atau landasan di atas mana bangunan itu didirikan. Secara struktural bangunan itu hanya dapat dipertanggungjawabkan keberadaannya sebagai bangunan apabila dibangun di atas fondasi atau landasan yang kuat. Dengan demikian, bangunan itu diharapkan dapat tetap kokoh berdiri sepanjang zaman sekalipun dari masa ke masa diterpa badai dan taufan. Bangunan ilmu Matematika juga dibangun di atas suatu landasan, yang dari masa ke masa terus menerus disempurnakan supaya dapat berfungsi sebagai landasan yang kokoh. Landasan Matematika tidak hanya berfungsi sebagai penyokong atau penopang bangunan Matematika, tetapi juga sebagai sarana yang diperlukan untuk membangun dan mengembangkan Matematika itu sendiri. Dua unsur pokok dari Landasan Matematika adalah Logika Matematis dan Teori Himpunan.

Logika pada dasarnya adalah ilmu yang mempelajari dan merumuskan secara sistematis kaidah-kaidah yang mengatur bagaimana manusia bernalar secara betul (secara sah atau secara *valid*). Penalaran adalah penarikan kesimpulan dari sekumpulan pernyataan yang diberikan (yang

disebut *premis*). Suatu penalaran yang sah (*valid*) adalah penarikan kesimpulan di mana jika premis-premisnya adalah benar, maka kesimpulannya juga pasti benar. Ilmu Logika semula merupakan bagian dari Ilmu Filsafat dan telah mulai dikembangkan oleh para filsuf Yunani kuno ratusan tahun sebelum Masehi, seperti Thales, Pythagoras, Aristoteles, Euclides, dan lain-lain.

Thales (624-545 M) adalah seorang ahli filsafat Yunani yang tidak hanya berminat pada bidang Filsafat tetapi juga pada Matematika, khususnya Geometri. Dia adalah ahli filsafat pertama yang menggunakan metode ilmiah (dan bukan mitologi) untuk menjelaskan fenomena alam semesta. Secara khusus, ia adalah orang pertama yang menggunakan metode deduktif untuk membuktikan kebenaran pernyataan-pernyataan dalam Geometri. Thales seringkali disebut “Bapak Ilmu Pengetahuan”.



Gambar 1.1 *Thales*

Pythagoras (566-497 M) adalah salah seorang murid Thales yang melanjutkan apa yang telah dikerjakan oleh gurunya. Ia mengembangkan Geometri dari ilmu yang semula bersifat empiris menjadi ilmu eksak yang bersifat deduktif dengan membuktikan kebenaran pernyataan-pernyataan di dalamnya. Salah satu dalil yang dibuktikannya adalah pernyataan yang menyatakan bahwa kuadrat panjang sisi miring suatu segitiga siku-siku sama dengan jumlah kuadrat panjang sisi-sisi siku-sikunya. Dalil itu sampai sekarang dikenal sebagai “Dalil (Teorema) Pythagoras”. Penggunaan