

Pengantar KOMBINATORIKA & TEORI GRAF



GRAHA ILMU

Pengantar KOMBINATORIKA & TEORI GRAF

Ibrahim

Noor Saif Muhammad Mussafi

PENGANTAR KOMBINATORIKA DAN TEORI GRAF

Oleh : Ibrahim
Noor Saif Muhammad Mussafi

Edisi Pertama
Cetakan Pertama, 2013

Hak Cipta © 2013 pada penulis,
Hak Cipta dilindungi undang-undang. Dilarang memperbanyak atau memindahkan sebagian atau seluruh isi buku ini dalam bentuk apa pun, secara elektronik maupun mekanis, termasuk memfotokopi, merekam, atau dengan teknik perekaman lainnya, tanpa izin tertulis dari penerbit.



GRAHA ILMU

Ruko Jambusari No. 7A
Yogyakarta 55283

Telp. : 0274-889836; 0274-889398

Fax. : 0274-889057

E-mail : info@grahailmu.co.id

Ibrahim; Mussafi, Noor Saif Muhammad

PENGANTAR KOMBINATORIKA DAN TEORI GRAF/Ibrahim; Noor Saif Muhammad Mussafi
- Edisi Pertama - Yogyakarta; Graha Ilmu, 2013
viii + 112, 1 Jil. : 26 cm.

ISBN: 978-602-262-067-9

1. Matematika

I. Judul

KATA PENGANTAR

Segala puji dan syukur dipanjatkan ke hadirat Allah SWT, yang telah melimpahkan rahmat, hidayah, dan karunia-Nya kepada penulis sehingga penulisan buku yang berjudul: *Pengantar Kombinatorika & Teori Graf* ini dapat diselesaikan dengan baik.

Buku ini disusun untuk dapat digunakan sebagai salah satu referensi dalam mempelajari dasar-dasar matematika terapan (matematika diskrit). Buku ini juga dapat digunakan sebagai salah satu referensi dalam mempelajari dasar-dasar ilmu komputer. Namun demikian untuk lebih fokus dalam kajiannya, materi yang ada pada buku ini lebih pada kajian matematika kombinatorika dan teori graf. Secara khusus dalam tiap bab dilengkapi dengan soal-soal latihan untuk meningkatkan *skill* dalam memecahkan persoalan kombinatorika dan graf.

Buku ini juga sengaja dibuat untuk melengkapi referensi materi tentang kombinatorika, matematika diskrit, dan teori graf yang menggunakan bahasa Indonesia sebagai pengantarnya. Buku dengan kombinasi semacam ini masih relatif jarang ditemui. Namun demikian, perlu diketahui bahwa definisi, aksioma, teorema dan pembuktiannya, *corollary* dan pembuktiannya, beberapa contoh soal, serta beberapa soal latihan yang ada pada buku ini merupakan kompilasi, adaptasi, dan adopsi dari buku-buku sumber yang tercantum dalam daftar pustaka. Dengan demikian, definisi, aksioma, teorema dan pembuktiannya, *corollary* dan pembuktiannya, beberapa contoh soal, serta beberapa soal latihan yang ada pada buku ini bukan temuan asli dari penulis.

Penulis mengucapkan banyak terima kasih kepada semua pihak yang telah membantu dalam penyusunan buku ini dan menyadari sepenuhnya bahwa buku ini masih jauh dari kesempurnaan. Oleh karena itu, penulis berharap adanya saran atau kritik yang membangun, dan akan penulis terima dengan senang hati.

Akhirnya penulis berharap, mudah-mudahan buku ini bermanfaat bagi semua orang yang mempelajari matematika terapan (matematika diskrit) khususnya, dan bagi semua pembaca pada umumnya.

Yogyakarta, Januari 2013

Penulis,

Ibrahim
Noor Saif Muhammad Mussafi

DAFTAR ISI

KATA PENGANTAR	v
DAFTAR ISI	vii
BAB I PENDAHULUAN: LOGIKA DAN PEMBUKTIAN	1
BAB II KAIDAH PENCACAHAN	21
BAB III PERMUTASI DAN KOMBINASI	25
BAB IV KOEFISIEN BINOMIAL DAN MULTINOMIAL	33
BAB V PRINSIP DASAR KOMBINATORIKA	41
BAB VI RELASI REKURENSI	47
BAB VII FUNGSI PEMBANGKIT	55
BAB VIII PENGANTAR TEORI GRAF	65
BAB IX GRAF KHUSUS	71
BAB X KETERHUBUNGAN	77
BAB XI POHON	83
BAB XII SIRKUIT EULER DAN LINGKARAN HAMILTON	91
BAB XIII PLANARITAS	97
SOAL-SOAL PENGAYAAN	103
DAFTAR PUSTAKA	109
TENTANG PENULIS	111

BAB I

PENDAHULUAN: LOGIKA DAN PEMBUKTIAN

Bab ini membahas beberapa materi prasyarat yang diperlukan dalam mempelajari matematika diskrit. Pembahasan dimulai dengan logika matematika dan himpunan kemudian diakhiri dengan pembahasan mengenai metode pembuktian.

1.1 PERNYATAAN

Pernyataan (*statement*) adalah kalimat atau kalimat tertutup yang memiliki nilai kebenaran, yaitu benar atau salah, tetapi tidak keduanya sekaligus. Sebuah pernyataan biasanya dinotasikan dengan huruf kecil, misalnya: p , q , r ,

Contoh 1.1

p : UIN Sunan Kalijaga terletak di Provinsi DIY.

q : $2 + 4 = 7$

r : $2x + 4 > 5$

s : $2^{10} > 10^2$

t : $\sqrt{2}$ adalah bilangan rasional

u : Berapakah hasil penjumlahan $2 + 5$?

p dan s adalah pernyataan yang benar, q dan t adalah pernyataan yang salah, sedangkan r dan u bukan pernyataan sebab kita tidak tahu nilai kebenaran dari $2x + 4 > 5$. Jika x diganti dengan sebuah nilai, misalnya $x = 3$ maka $2(3) + 4 > 5$ adalah sebuah pernyataan yang benar, sementara kita ketahui bahwa u adalah suatu pertanyaan.

Kebenaran atau kesalahan suatu pernyataan disebut nilai kebenaran dari pernyataan yang dimaksud. Jika p adalah sebuah pernyataan, maka nilai kebenaran dari p dinotasikan dengan $\tau(p)$. Ada dua kemungkinan dari nilai sebuah pernyataan p , yaitu $\tau(p) = B$ dibaca “nilai kebenaran pernyataan p adalah benar” atau $\tau(p) = S$ dibaca “nilai kebenaran pernyataan p adalah salah”.

Dua buah pernyataan atau lebih dapat digabungkan menjadi sebuah pernyataan baru yang disebut **pernyataan majemuk**. Setiap pernyataan dari sebuah pernyataan majemuk, disebut **komponen-komponen pernyataan majemuk**. Untuk menggabungkan dua pernyataan dapat digunakan operator (kata penghubung), misalnya: **dan**, **atau**, **jika ... maka ...**, atau **... jika dan hanya jika ...**.

1.2 TABEL KEBENARAN

Tabel kebenaran (*truth table*) digunakan untuk melihat nilai kebenaran dari sebuah atau beberapa pernyataan majemuk. Suatu pernyataan baru yang dibentuk dari penggabungan beberapa pernyataan lain disebut **proposisi**.

Jika kita mempunyai sebuah pernyataan maka ada dua kemungkinan nilai kebenaran dari pernyataan tersebut, yaitu benar (B) atau salah (S). Jika kita mempunyai sebuah pernyataan majemuk yang mempunyai dua komponen, maka nilai kebenarannya ada sebanyak $2 \times 2 = 2^2 = 4$. Jika kita mempunyai sebuah pernyataan majemuk yang mempunyai tiga komponen, maka nilai kebenarannya ada sebanyak $2 \times 2 \times 2 = 2^3 = 8$. Demikian seterusnya.

Tabel 1.1 Biasanya disederhanakan dengan menuliskannya dalam bentuk Tabel 1.2.

Tabel 1.1		Tabel 1.2	
$\tau(p)$	$\tau(q)$	p	q
B	B	B	B
B	S	B	S
S	B	S	B
S	S	S	S

1.3 PENYANGKALAN (NEGASI)

Penyangkalan (negasi) dari pernyataan p dinotasikan dengan “ $\sim p$ ” atau “ p^c ” dibaca “bukan p” atau “negasi p”.

Definisi 1.1

Penyangkalan (negasi) p adalah benar jika p merupakan pernyataan yang salah, dan penyangkalan p adalah salah jika p merupakan pernyataan yang benar.

Tabel 1.3 Nilai kebenaran dari p dan $\sim p$

p	$\sim p$
B	S
S	B

Contoh 1.2

Penyangkalan dari p: $2 + 5 = 7$ adalah $\sim p$: $2 + 5 \neq 7$

Penyangkalan dari q: 2 merupakan bilangan genap adalah $\sim q$: 2 bukan merupakan bilangan genap

Penyangkalan dari r: 10 habis dibagi 5 adalah $\sim r$: tidak benar bahwa 10 habis dibagi 5

Catatan:

Jika pernyataan p dipandang sebagai sebuah himpunan, maka penyangkalan (negasi) $\sim p$ dapat dipandang sebagai komplemen p.